

ТРИГОНОМЕТРИЈСКЕ ФУНКЦИЈЕ

1. Упоредити бројеве $a = \sin 100^\circ$, $b = \operatorname{tg} 100^\circ$ и $c = \cos 1000^\circ$.
2. Израчунати вредност израза $\frac{\cos 1^\circ}{\sin 89^\circ} \cdot \frac{\cos 2^\circ}{\sin 88^\circ} \cdot \frac{\cos 3^\circ}{\sin 87^\circ} \cdots \frac{\cos 89^\circ}{\sin 1^\circ}$.
3. Израчунати вредност израза $3 - 4 \sin^2 60^\circ + 2 \cos^2 330^\circ + 3 \operatorname{tg} 30^\circ$.
4. Израчунати вредност израза $\frac{\cos \frac{17\pi}{6} \sin \frac{7\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{17\pi}{4}}{\operatorname{ctg} \frac{10\pi}{3} \cos \frac{7\pi}{4} \sin \frac{8\pi}{3}}$.
5. Израчунати: а) $\sin 75^\circ$; б) $\operatorname{tg} 165^\circ$; в) $\sin \frac{11\pi}{12}$.
6. Израчунати вредност израза $\cos 105^\circ \cos 15^\circ + \sin 75^\circ \cos 15^\circ$.
7. Израчунати вредност израза $\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9}$.
8. Израчунати вредност израза $\sin 57^\circ \cos 12^\circ - \cos 57^\circ \sin 12^\circ$.
9. Израчунати вредност производа:
 - а) $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$;
 - б) $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$.
10. Израчунати вредност израза: $\cos^2 3 + \cos^2 1 - \cos 4 \cos 2$.
11. Одредити знак броја A ако је $A = (\sin(\sin 1) - \sin 1)(\cos(\cos 1) - \cos 1)$.
12. Ако за оштре углове α и β важи $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, израчунати вредност израза

$$\frac{8 \sin \alpha + 6 \cos \alpha}{3 \sin \beta + 4 \cos \beta}$$

13. Нека су α , β и γ углови троугла ABC . Ако важи $\sin^2 \gamma = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$, одредити којој врсти троуглова припада $\triangle ABC$.
14. Ако је $\frac{3 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} = 1$, одредити $\operatorname{tg} \alpha$.
15. Ако је $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = m$, одредити $\frac{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \sin \alpha}$.
16. Ако је $\cos \alpha + \cos \beta = a$ и $\sin \alpha + \sin \beta = b$, $a^2 + b^2 \neq 0$, одредити $\cos(\alpha + \beta)$.
17. Ако је $\cos \alpha + \cos \beta = a$ и $\sin \alpha + \sin \beta = b$, $a^2 + b^2 \neq 0$, одредити $\sin(\alpha + \beta)$.
18. Нека је $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$. Ако је $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4}$ и $\operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{7}$, одредити меру угла $\alpha + \beta$.
19. Нека је $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$. Ако је $\cos \alpha = \frac{7}{\sqrt{50}}$ и $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, одредити меру угла $\alpha + 2\beta$.
20. Ако је $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, трансформисати израз $\frac{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x - 6}{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 2}$.
21. Трансформисати израз $\sin^4 x + \cos^4 x$.
22. Ако је $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$, одредити $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

ТРИГОНОМЕТРИЈСКЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

1. Решити једначину:

(а) $2 \sin x = \sqrt{3}$; (б) $\sin x + 1 = 0$;
 (в) $\sin x + \cos x = 0$; (г) $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$.

2. Одредити број решења једначине у наведеном интервалу:

(а) $\sin x + \sin \frac{x}{5} = 2$, $x \in (0, 100\pi)$; (б) $(1 + \cos x) \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = 0$, $x \in (-10, 10)$.

3. Решити једначину:

(а) $\cos 3x - \cos 5x = 0$; (б) $\sin \left(5x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin \left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$;
 (в) $\sin x \operatorname{ctg} x = 0$; (г) $\sin x \operatorname{tg} x = 0$.

4. Решити једначину:

(а) $2 \sin^2 x + \sin x = 0$; (б) $\cos 2x \sin 5x - \sin 2x \cos 5x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
 (в) $2 \sin^2 x - \sin 2x = 0$; (г) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2$.

5. Одредити број решења једначине у наведеном интервалу:

(а) $\operatorname{tg} x + 2 \sin x = 0$, $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$;
 (б) $2 \sin^2 x - 5 \cos x + 1 = 0$, $x \in [0, 2\pi)$.

6. Решити једначину:

(а) $2 \operatorname{tg} x = 1 - \operatorname{tg}^2 x$; (б) $4 \sin^2 \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + 1 = 0$, $x \in [0, 2\pi]$.

7. Решити једначину:

(а) $\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 5 \cos x = 0$; (б) $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{8}$;
 (в) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x - \cos 2x = 0$; (г) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$.

8. Решити неједначину: (а) $\cos x \geq -\frac{1}{2}$; (б) $\operatorname{ctg} x - \sqrt{3} \leq 0$.

9. Решити неједначину:

(а) $2 \sin x + \sqrt{2} \geq 0$; (б) $\sin x + \sqrt{3} \cos x > 0$;
 (в) $\sin^4 x + \cos^4 x \leq \frac{5}{8}$; (г) $\cos^2 x - \sin^2 2x < 0$.

10. Решити неједначину $\cos^3 x + 2 \cos^2 x - 3 \cos x < 0$.